

УДК 621.37, 621.396

Хаотическая синхронизация каскадно-связанных систем фазовой автоподстройки частоты¹

Ходунин А. В., Казаков Л. Н.

Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова

e-mail: xabbb@mail.ru, kazakov@uniyar.ac.ru

получена 3 сентября 2009

Ключевые слова: хаос, динамический хаос, синхронизация, хаотическая синхронизация, система ФАПЧ, система связанных ФАПЧ

Исследуется хаотическая фазовая синхронизация каскадно-связанных однокольцевых и двухкольцевых систем фазовой автоподстройки частоты в условиях аддитивного и фазового случайных воздействий. Предложена методика регистрации хаотической фазовой синхронизации на основе непрерывного вейвлет-преобразования. Показаны преимущества двухкольцевой системы фазовой автоподстройки частоты перед однокольцевой.

1. Введение

Изучение динамического, или «детерминированного», хаоса (ДХ) является одним из наиболее ярких и интенсивно развивающихся научных направлений в области нелинейных колебаний [1-3]. ДХ успешно применяется при кодировании информации, анализе временных рядов, для скрытной передачи информации и т. д.

Анализ осуществления передачи информации с использованием ДХ показывает необходимость решения проблемы синхронизации. Согласно [4] существуют два способа хаотической синхронизации, используемые при передаче информации: хаотический синхронный отклик и хаотическая синхронизация, основанная на получении копии хаотической последовательности. Метод передачи, использующий хаотический синхронный отклик, заключающийся в декомпозиции хаотической системы, детально изучен [2]. Метод, основанный на хаотической синхронизации, менее изучен. Интерес к нему в значительной степени определяется тем, что даже простейшие хаотические синхронизируемые системы обладают определенной степенью конфиденциальности.

¹Работа выполнена при финансовой поддержке Рособразования, АВИЦП "Развитие научного потенциала высшей школы", проект № 2.1.2/7067

На сегодняшний день основные результаты получены для синхронизации сигналов с хаотически модулируемой амплитудой (энергетическим параметром). Известно, что именно амплитуда подвержена воздействию помех в канале, что несомненно создает дополнительные трудности для синхронизации. Интерес представляет хаотическая модуляция частоты или фазы сигнала (неэнергетических параметров). Как известно из теории радиосвязи, подобные сигналы обладают повышенной помехозащищённостью.

Цель работы состоит в исследовании явления хаотической синхронизации каскадно-связанных систем ФАПЧ. Для её достижения необходимо решить ряд задач: произвести анализ областей ДХ в однокольцевой и двухкольцевой системах ФАПЧ, разработать методику регистрации хаотической фазовой синхронизации, исследовать хаотическую фазовую синхронизацию каскадно-связанных систем ФАПЧ в присутствии и отсутствии аддитивных и фазовых воздействий.

2. Генератор хаотических колебаний на базе системы ФАПЧ

Традиционно при исследовании динамических свойств системы ФАПЧ рассматривались задачи, связанные с режимом синхронизации управляемого генератора опорным сигналом, поэтому внимание исследователей было сосредоточено главным образом на изучении точности синхронизации, областей удержания режима синхронизации в пространстве параметров и областей захвата, времени вхождения системы ФАПЧ в режим синхронизации. Асинхронными режимами интересовались постольку, поскольку они нарушали устойчивую работу системы. Интерес представляют колебания, возникающие в системах ФАПЧ вне зоны устойчивости [3, 5].

Среди асинхронных колебаний различной сложности можно выделить хаотически модулированные колебания (ХМК), средняя частота которых стабилизирована опорным сигналом. Именно такие колебания представляют интерес при передаче информации с помощью ДХ, где они могут использоваться в качестве несущих колебаний. Идея использования ФАПЧ как генератора сложных колебаний делает актуальной задачу детального исследования свойств асинхронных режимов и их устойчивости по отношению к вариациям параметров системы.

К главным преимуществам систем ФАПЧ по сравнению с другими генераторами хаоса можно отнести:

- простоту повышения числа степеней свободы системы путем изменения структуры низкочастотного фильтра в цепи управления;
- хаотическую модуляцию неэнергетических параметров, что может обеспечить необходимую защищенность от внешних помех;
- удобство управления параметрами хаотических колебаний.

2.1. Постановка задачи для исследования однокольцевого генератора

Рассматривается генератор на основе системы ФАПЧ, функциональная схема которой приведена на рис. 1.

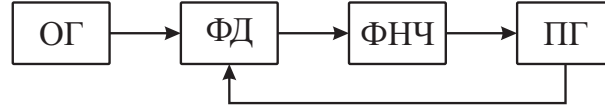


Рис. 1. Функциональная схема системы ФАПЧ

Схема описывается операторным уравнением [3]

$$p\varphi_1(p) + K_\Phi(p)\omega_y F(p) = \Delta\omega, \quad (1)$$

где $\varphi_1(p)$ – изображение по Лапласу разности фаз между сигналами опорного (ОГ) и перестраиваемого по частоте (ПГ) генераторов, $K_\Phi(p)$ – коэффициент передачи фильтра нижних частот (ФНЧ) в операторном виде, ω_y – полоса удержания, $F(p)$ – изображение по Лапласу дискриминационной характеристики фазового детектора (ФД), $\Delta\omega$ – начальная частотная расстройка.

Будем предполагать, что передаточная функция ФНЧ и нормированная дискриминационная характеристика ФД имеют вид $K_\Phi(p) = 1/(T^2p^2 + 2\xi Tp + 1)$, где T – постоянная времени, ξ – затухание и $F(\varphi) = \sin(\varphi)$ соответственно. Перейдем в (1) к безразмерным переменным

$$\mu_1 \ddot{\varphi}_1 + \varepsilon_1 \dot{\varphi}_1 + \varphi_1 + \sin(\varphi_1) = \gamma_1 \quad (2)$$

или

$$\begin{cases} \dot{\varphi}_1 = y_1, \quad \dot{y}_1 = z_1, \\ \dot{z}_1 = \frac{1}{\mu_1} \left(\gamma_1 - \varepsilon_1 z_1 - y_1 - \sin(\varphi_1) \right), \end{cases} \quad (3)$$

где $\mu_1 = T^2\omega_y^2$, $\varepsilon_1 = 2T\xi\omega_y$ характеризуют инерционность ФНЧ, а $\gamma_1 = \Delta\omega/\omega_y$ определяет нормированную начальную частотную расстройку. Все производные берутся по безразмерному времени $\tau = \omega_y t$.

Будем интересоваться возможными режимами, возникающими в системе (3) для $-1 \leq \gamma_1 \leq 1$, при котором существуют положения равновесия. В противном случае при любых начальных условиях в системе будут вращательные режимы, которые не представляют интереса для практики.

2.2. Анализ областей динамических режимов в пространстве параметров системы

Исследования проводились путем построения и анализа двухпараметрических карт динамических режимов, алгоритм построения которых базируется на методе отображения Пуанкаре и подсчете старшего показателя Ляпунова.

При $|\gamma_1| < 1$ математическая модель (3) в 3-мерном цилиндрическом фазовом пространстве $U = \{\varphi_1 \bmod 2\pi, y_1, z_1 \in \mathbb{R}\}$ имеет две точки равновесия:

$$P_1 : \varphi_1^0 = \arcsin(\gamma_1), \quad y_1^0 = 0, \quad z_1^0 = 0 ; \quad (4)$$

$$P_2 : \varphi_1^0 = \pi - \arcsin(\gamma_1), \quad y_1^0 = 0, \quad z_1^0 = 0 . \quad (5)$$

Точка P_2 всегда неустойчива, а P_1 теряет устойчивость при нарушении неравенства

$$\varepsilon_1 > \mu_1 \sqrt{1 - \gamma_1^2} . \quad (6)$$

Докажем следующую лемму

Лемма 1. *Решение системы (3), при замене параметра $\gamma_1 \rightarrow -\gamma_1$ и начальных условий $(\varphi_{10}, y_{10}, z_{10}) \rightarrow (-\varphi_{10}, -y_{10}, -z_{10})$, меняет знак на противоположный.*

Доказательство. Введем в рассмотрение оператор $L = \mu \frac{d^3}{d\tau^3} + \varepsilon \frac{d^2}{d\tau^2} + \frac{d^1}{d\tau^1} + \sin$. Предположим, что $L\tilde{\varphi} \equiv \gamma_1$. Тогда

$$\begin{aligned} L(-\tilde{\varphi}) &= \mu \frac{d^3(-\tilde{\varphi})}{d\tau^3} + \varepsilon \frac{d^2(-\tilde{\varphi})}{d\tau^2} + \frac{d^1(-\tilde{\varphi})}{d\tau^1} + \sin(-\tilde{\varphi}) = \\ &= - \left(\mu \frac{d^3(\tilde{\varphi})}{d\tau^3} + \varepsilon \frac{d^2(\tilde{\varphi})}{d\tau^2} + \frac{d^1(\tilde{\varphi})}{d\tau^1} + \sin(\tilde{\varphi}) \right) = -L\tilde{\varphi} \equiv -\gamma_1 . \end{aligned}$$

Таким образом, если $\varphi = \tilde{\varphi}$ решение уравнения $L\varphi = \gamma_1$ с начальными условиями $(\varphi_{10}, y_{10}, z_{10})$, то $\varphi = -\tilde{\varphi}$ решение уравнения $L\varphi = -\gamma_1$ с начальными условиями $(-\varphi_{10}, -y_{10}, -z_{10})$. В данном случае выполнены все условия теоремы существования и единственности решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений и, следовательно, решение $\varphi = -\tilde{\varphi}$ – единственно. *Лемма доказана.*

Рис. 2а представляет собой двухпараметрическую диаграмму режимов системы ФАПЧ, где области параметров A' , B' , C' , объединённые штрихпунктирной линией с двумя точками (в нижней части диаграммы дополнительно нанесена сетка), характеризуются мультистабильностью, то есть существованием двух характерных режимов, попадание в которые определяется начальными условиями. Так, в A' сосуществуют устойчивое состояние равновесия и вращательный режим, в B' – орбитно устойчивый предельный цикл и вращательный режим, в C' – предельные циклы периода два и выше, хаотический режим колебательного типа и вращательный режим. Области A , B , C отличаются от A' , B' , C' отсутствием мультистабильного состояния (вращательного режима). В области C белому цвету соответствуют хаотические режимы. Область D не представляет практического интереса, так как в ней существуют только вращательные режимы.

Отметим, что рис. 2а построен на основании значений старшего показателя Ляпунова, которые характеризуют скорость разбегания изначально близких траекторий и не зависят от знака решения. В связи с этим диаграмма симметрична относительно $\gamma_1 = 0$.

Для раскрытия внутренних особенностей указанных областей были построены сечения плоскости (μ_1, γ_1) . Для примера, на рис. 2б представлены зависимости двух

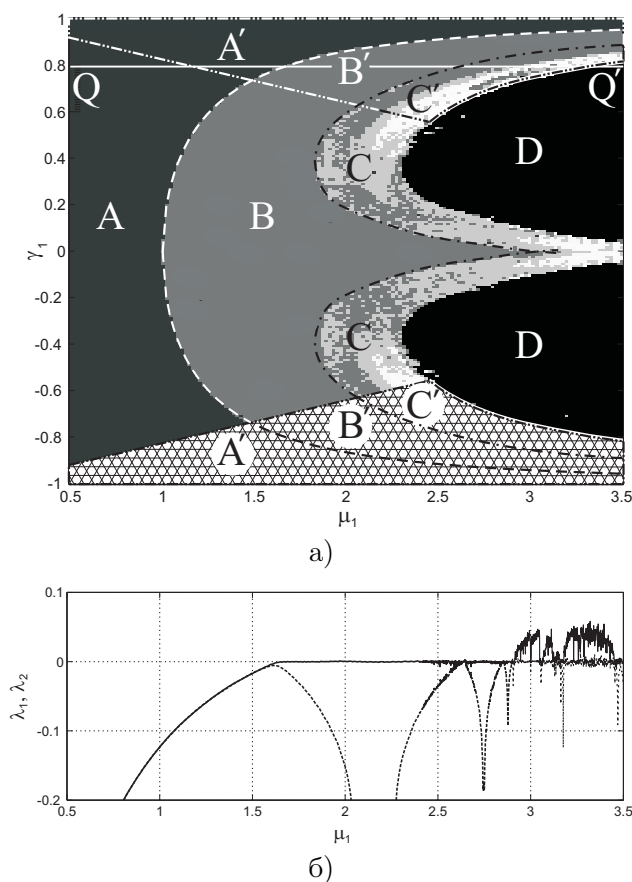


Рис. 2. Диаграмма состояния для системы ФАПЧ (а) в плоскости параметров (μ_1, γ_1) для $\varepsilon_1 = 1$ и график зависимости двух старших показателей Ляпунова (б) от μ_1

старших показателей Ляпунова λ_1, λ_2 от μ_1 для сечения QQ' , обозначенного на рис. 2а сплошной белой линией. Рисунок иллюстрирует переход системы из состояния равновесия при $\mu_1 \in [0.5, 1.63]$ к предельному циклу и дальнейшие бифуркации удвоения периода (второй показатель Ляпунова в этих точках обращается в ноль) вплоть до возникновения хаотического режима. Таким образом, хаос в системе возникает в результате бифуркаций удвоения периода. Максимальное значение старшего показателя Ляпунова для диаграммы $\lambda_{max} = 0.057$. Область хаоса весьма неоднородна, т.е. содержит «окна» регулярных режимов. Этот факт может стать серьёзным препятствием при проектировании генераторов хаоса в условиях температурной нестабильности параметров отдельных звеньев и наличия шумов. Далее в работе будет предложена структура, имеющая более однородную область хаоса.

3. Хаотическая синхронизация двух однокольцевых структур

Проведенное исследование областей позволяет выбрать хаотический режим в ведущей подсистеме и указать предельно допустимое отклонение параметров.

3.1. Математическая модель взаимодействующих подсистем

Функциональная схема исследуемой системы приведена на рис. 3. Связь между подсистемами организуется по принципу «управление-подчинение» (master-slave) с помощью дополнительного фазового детектора.

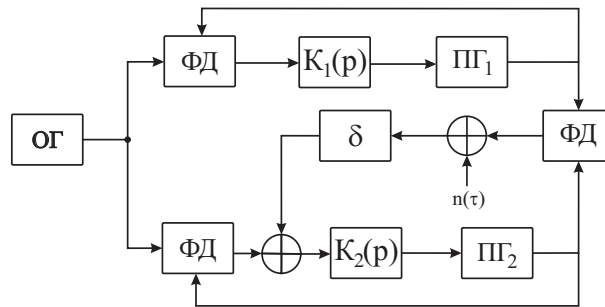


Рис. 3. Функциональная схема взаимодействующих подсистем ФАПЧ

Подсистемы аналогичны изображенной на рис. 1 модели (2). Нижними индексами обозначены отличающиеся параметры подсистем. Ввиду однонаправленности связи динамика ведущей системы ФАПЧ не меняется. Динамика ведомой системы, напротив, будет зависеть от степени воздействия со стороны ведущей системы, и при определенной величине связи может возникнуть хаотическая синхронизация второй системы по отношению к первой. С точки зрения передачи информации ведомую систему ФАПЧ можно рассматривать как приемник – получатель информации, который в случае синхронизации непрерывно подстраивает свою динамику в соответствии с принимаемым сигналом.

Используя функциональную схему, изображенную на рис. 3, запишем математическую модель:

$$\begin{cases} \mu_1 \ddot{\varphi}_1 + \varepsilon_1 \dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_1 + \sin(\varphi_1) = \gamma_1 \\ \mu_2 \ddot{\varphi}_2 + \varepsilon_2 \dot{\varphi}_2 + \dot{\varphi}_2 + \sin(\varphi_2) + \delta \sin(\varphi_1 - \varphi_2 + n_1(\tau)) + \delta n(\tau) = \gamma_2 \end{cases}, \quad (7)$$

где в дополнение к обозначениям для (2) принято, $\mu_2 = T_1^2 \omega_y^2$, $\varepsilon_2 = 2 T_1 \xi_1 \omega_y$, $\gamma_2 = \Delta \omega_1 / \omega_y$ – параметры, характеризующие ведомую подсистему. Параметр δ отвечает за связь между подсистемами.

Случайная переменная $n(\tau)$ моделирует как аддитивный шум в канале, так и шумы антенны и входных каскадов приемника. Ввиду независимости источников шума, для большинства практических случаев можно считать его белым в рабочей полосе системы с нормальным законом распределения.

В модели взаимодействующих подсистем опорные генераторы приняты идентичными. Неидентичности и фазовые нестабильности ОГ смоделированы фазовым шумом $n_1(\tau)$.

3.2. Методика исследования хаотической фазовой синхронизации

Точное определение хаотической фазовой синхронизации дается с использованием вейвлет-преобразования [9]:

$$W(s, t_0) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t) \psi_{s, t_0}^*(t) dt, \quad (8)$$

где s – масштабирующий множитель; t_0 – переменная, характеризующая временной сдвиг вейвлета; $\varphi(t)$ – анализируемый сигнал; ψ_{s, t_0} – материнский вейвлет, $*$ – знак комплексного сопряжения.

Материнский вейвлет должен быть обязательно комплекснозначной функцией. В этом случае коэффициенты преобразования являются также комплексными числами и характеризуются модулем и аргументом.

В качестве материнского вейвлета использовался комплексный вейвлет Морле [9-11], который представляет собой синусоидальную функцию, модулированную функцией Гаусса:

$$\psi_0(\eta) = \frac{1}{\sqrt{\pi B}} e^{i2\pi C\eta} e^{-\eta^2/B}, \quad (9)$$

где C – центральная частота, B задает вид огибающей. Выбор значений параметров $B = 2$, $C = 1$ обеспечивает простое соотношение $s \simeq 1/f$ между временным масштабом s вейвлетного преобразования и частотой f преобразования Фурье [8]. При варьировании параметров B , C изменяется ширина огибающей и частота «заполнения» вейвлет-функции Морле соответственно. Это позволяет адаптировать свойства вейвлет-преобразования к конкретному случаю.

Фаза определенного временного масштаба s сигнала $\varphi(t)$ определяется как

$$\theta_s(t_0) = \arg W(s, t_0). \quad (10)$$

Введение понятия фазы таким образом позволяет применить стандартное понятие синхронизации узкополосных сигналов к широкополосным:

$$|\theta_{s1}(t) - \theta_{s2}(t)| \leq \text{const}. \quad (11)$$

Определение 1. Если $\exists t_i$ такое, что $\forall t > t_i$ выполняется условие (11) для какого-то временного масштаба s , и при этом рассматриваемые сигналы $\varphi_1(t)$ и $\varphi_2(t)$ являются хаотическими², то будем говорить, что наступила хаотическая фазовая синхронизация на временном масштабе s .

При наступлении явления хаотической синхронизации первыми вступают в синхронизм те временные масштабы (частоты), на которые приходится максимум энергетического вейвлет-спектра, усредненного по времени (t_0). Указанные временные масштабы (частоты) будем называть *основными временными масштабами* (частотами).

²При этом предполагается, что нам известны системы дифференциальных уравнений, породившие $\varphi_1(t)$ и $\varphi_2(t)$. Определение хаотического сигнала смотри, например, в [12].

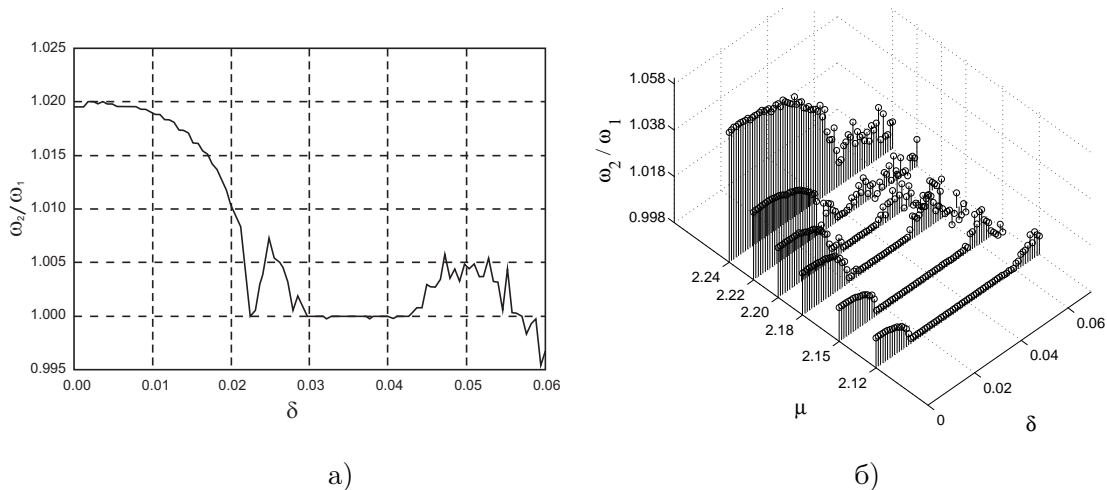


Рис. 4. Зависимость отношения основных частот от параметра связи δ (а) и от $\mu = \mu_1 = \mu_2$ (б)

3.3. Результаты исследования математической модели в отсутствие шумов

Выбор режима в первой подсистеме можно сделать на основании рис. 2. Поиск синхронных режимов осуществлялся численными методами, основанными на вейвлет-преобразовании, описанном выше. Для примера на рис. 4 приведено отношение основных частот 2-х генераторов хаоса для значений параметров $\mu_1 = 2.2$, $\varepsilon_1 = 1$, $\gamma_1 = 0.46$, $\mu_2 = 2.2$, $\varepsilon_2 = 1$, $\gamma_2 = 0.55$. Отличие подсистем заключалось в начальной частотной расстройке.

По отношению основных частот как функции параметра связи можно судить о наступлении синхронного режима в системе (7). В интервале $\delta \in [0.030, 0.043]$ основные частоты подсистем полностью совпадают, при дальнейшем увеличении коэффициента связи происходит срыв режима синхронизации.

Исчезновение синхронизации, наблюдающееся при увеличении связи, происходит вследствие чрезмерного воздействия ведущей системы на ведомую, при этом колебательный тип аттрактора в ведомой подсистеме сменяется на колебательно-вращательный.

Таким образом, связь между системами, с одной стороны, должна быть достаточной, чтобы подавить диффузию фазы и выровнять средние частоты сигналов, с другой стороны, взаимодействие должно быть слабым, чтобы в ведомой подсистеме не возникали колебательно-вращательные аттракторы.

Варьируя параметры μ , ε , γ , можно установить допустимый диапазон значений коэффициента связи (см. рис. 4б; для ε и γ диаграммы не приведены). При этом считалось, что $\mu = \mu_1 = \mu_2$ и $\varepsilon = \varepsilon_1 = \varepsilon_2$. Величина μ может изменяться в диапазоне $[2.12; 2.22]$ (при $\mu > 2.22$ разрушается хаотическая синхронизация; при $\mu < 2.12$ исчезает хаотический режим в первой системе). Допустимое относительное изменение составило 2.3 % для μ и 3.3 % и 9.2 % для ε и γ соответственно.

Для изучения неустойчивости одной из подсистем были построены зависимости разности фаз от параметров фильтра во второй подсистеме (см. рис. 5). Коэффици-

ент связи δ был фиксирован ($\delta = 0.032$), а разность фаз вычислялась при различных значениях параметров.

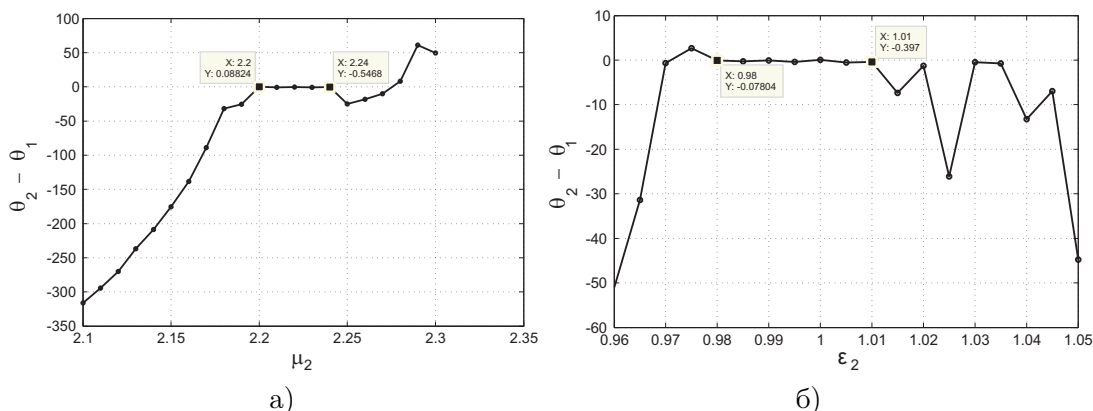


Рис. 5. Зависимость разности фаз от параметров фильтра во второй подсистеме μ_2 (а) и ϵ_2 (б)

Из графиков рис. 5 следуют более жесткие требования на стабильность параметров. Допустимые относительные отклонения параметров μ_2 , ϵ_2 , γ_2 составили 0.9 %, 1.5 %, 5.8 % соответственно.

Из приведенных выше результатов следуют требования прецизионной точности, предъявляемые к элементной базе и системам ФАПЧ в целом, необходимые для нормального функционирования систем связи на базе динамического хаоса.

3.4. Влияние аддитивного и фазового шумов на хаотическую фазовую синхронизацию

Рассмотрим влияние аддитивного и фазового шумов на области хаотической фазовой синхронизации. За основу взята модель канала, принятая в [13] в отсутствие компенсируемых искажений. В то же время учтены фазовые случайные воздействия, что вызвано особенностью рассматриваемых неэнергетических параметров.

Анализ режима синхронизации в условиях аддитивного шума показал, что диапазон допустимых значений δ существенно сужается при уменьшении отношения сигнал/шум (ОСШ). При низком ОСШ наблюдаются частые срывы слежения. Выявлено существование порогового значения ОСШ, начиная с которого наблюдается устойчивая синхронизация. Для выбранного режима указанная пороговая величина составляет 12 дБ. На рис. 6а приведена диаграмма синхронных режимов при различных δ и отношениях сигнал/шум.

На рис. 6б приведена диаграмма синхронных режимов при различных δ и отношениях сигнал/шум для фазового шума. Характер зависимости в этом случае несколько иной. Шум не уменьшает допустимый диапазон значений параметра связи δ , но время до срыва слежения заметно сокращается (см. рис. 7). Так как увеличение и уменьшение фазы на 2π происходят равновероятно, то итоговая разность фаз остается ограниченной.

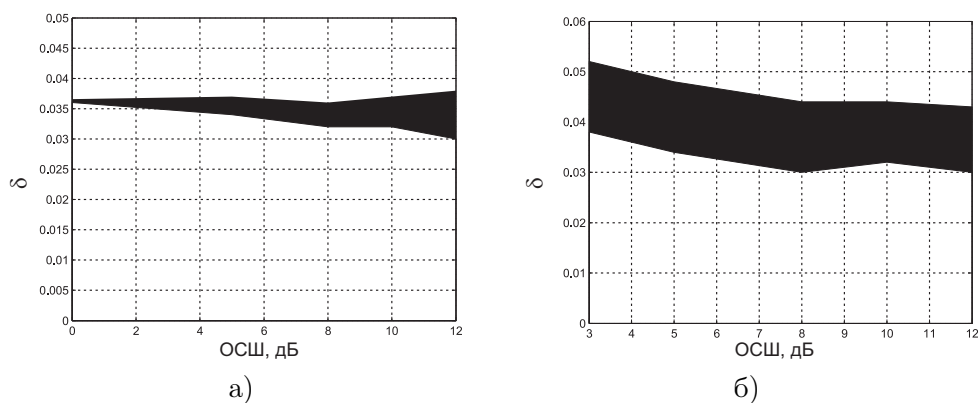


Рис. 6. Диаграмма синхронных режимов при различных δ и отношениях сигнал/шум для аддитивного (а) и фазового (б) шумов

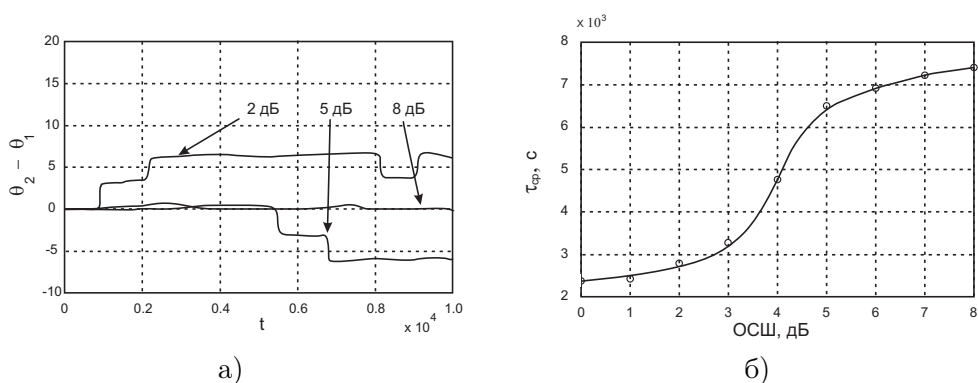


Рис. 7. Срывы слежения (а) и зависимость среднего времени до срыва (б) от отношения сигнал/шум

Заметим, что среднее время до срыва слежения определяет максимально допустимую скорость передачи информации. Как следует из рис. 7б, при ОСШ > 8 дБ срывы слежения наблюдаются крайне редко.

Найденное пороговое значение для рассматриваемой системы является типичным для современных приемников, использующих сигналы с малой позиционностью.

4. Генератор хаотических колебаний на базе связанных систем ФАПЧ

Проведенные исследования системы ФАПЧ с фильтром 2-го порядка показали, что области генерации ХМК в пространстве параметров этой системы сравнительно малы и неоднородны. Для увеличения областей предлагается оригинальная структура генератора на базе связанных систем ФАПЧ, модель которого приведена на рис. 8а.

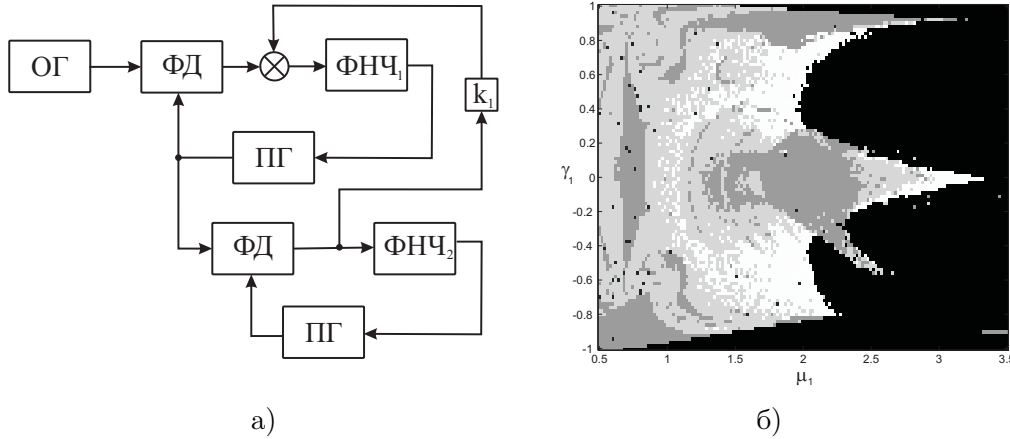


Рис. 8. Схема связанных систем ФАПЧ (а) и диаграмма состояния для связанных систем ФАПЧ (б) в плоскости параметров (μ_1, γ_1) для $\varepsilon_1 = 1$

Отметим, что при $k_1 = 0$ система связанных ФАПЧ превращается в уже рассмотренную однокольцевую структуру.

Согласно [6] математическую модель запишем в виде:

$$\begin{cases} \mu_1 \ddot{\varphi}_1 + \varepsilon_1 \dot{\varphi}_1 + \varphi_1 + \sin(\varphi_1) + k_1 \sin(\varphi_2 - \varphi_1) = \gamma_1 \\ \mu_2 \ddot{\varphi}_2 + \varepsilon_2 \dot{\varphi}_2 + \varphi_2 + \sin(\varphi_2 - \varphi_1) = \gamma_2 \end{cases} \quad (12)$$

Во втором кольце реализуются вращательные режимы, которые усложняют динамику первого кольца. Для $k_1 = 0.1$ сечение $\varepsilon_1 = 1$ примет вид, изображенный на рис. 8б.

Обозначения на рис. 8б приняты те же, что и на рис. 2. Отметим, что область хаоса заметно возросла и стала однороднее. Максимальное значение старшего показателя Ляпунова составило $\lambda_{max} = 0.106$, размеры области хаоса возросли более чем в два раза, а среднее по области хаоса значение показателя Ляпунова практически не изменилось.

Увеличение значения коэффициента связи k_1 приводит к еще большему смещению области хаоса влево, при этом каких-либо заметных изменений в количественных оценках не происходит.

5. Хаотическая синхронизация двух связанных систем ФАПЧ

Связь, как и для однокольцевых генераторов, организована на дополнительном ФД с аттенуатором δ (см. рис. 9).

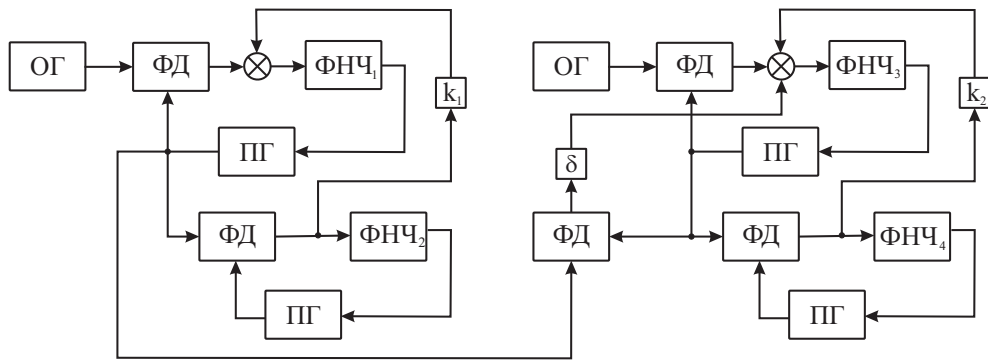
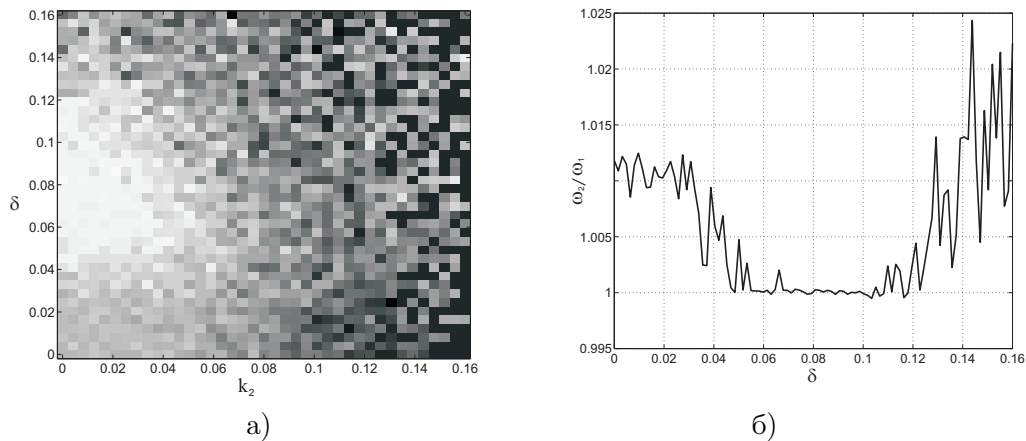


Рис. 9. Схема каскадно-соединенных систем связанных ФАПЧ

Математическая модель взаимодействующих подсистем примет вид:

$$\begin{cases} \mu_1 \ddot{\varphi}_1 + \varepsilon_1 \dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_1 + \sin(\varphi_1) + k_1 \sin(\varphi_2 - \varphi_1) = \gamma_1 \\ \mu_2 \ddot{\varphi}_2 + \varepsilon_2 \dot{\varphi}_2 + \dot{\varphi}_2 + \sin(\varphi_2 - \varphi_1) = \gamma_2 \\ \mu_3 \ddot{\varphi}_3 + \varepsilon_3 \dot{\varphi}_3 + \dot{\varphi}_3 + \sin(\varphi_3) + k_2 \sin(\varphi_4 - \varphi_3) + \delta \sin(\varphi_3 - \varphi_1) = \gamma_3 \\ \mu_4 \ddot{\varphi}_4 + \varepsilon_4 \dot{\varphi}_4 + \dot{\varphi}_4 + \sin(\varphi_4 - \varphi_3) = \gamma_4 \end{cases} \quad (13)$$

Анализ хаотической фазовой синхронизации двухкольцевых структур не выявил качественных отличий. На рис. 10а представлена карта разностей фаз главного временного масштаба $s = 11.47$ для различных δ и k_2 . Область белого цвета соответствует режиму синхронизации, темные области соответствуют постоянному набегу разности фаз (чем темнее цвет, тем больше набег разности фаз).

Рис. 10. Зависимость разностей фаз от δ и k_2 (а) и отношения основных частот от δ (б)

Из рис. 10а видно, что точки, соответствующие режиму синхронизации, сосредоточены в области малых значений k_2 , при которых в ведомой системе реализуются режимы, близкие к регулярным. При усложнении поведения ведомой подсистемы

синхронизация не наблюдается, что объясняется невозможностью подавления ведущей подсистемой собственных хаотических колебаний ведомой.

Максимальный диапазон параметра δ приходится на значение $k_2 = 0$, что эквивалентно однокольцевой подсистеме на приемной стороне. На рис. 10б изображена зависимость отношения частот от δ для $k_2 = 0$. В этом случае частоты подсистем совпадают на интервале $\delta \in [0.055; 0.108]$. Указанный интервал в 4 раза превосходит аналогичный для одиночных подсистем. Можно сделать вывод о том, что применение двухкольцевой подсистемы на приемной стороне является нецелесообразным.

6. Заключение

Результаты моделирования свидетельствуют о том, что система ФАПЧ с фильтром 2-го порядка обладает большим разнообразием регулярных и хаотических режимов, реализация которых зависит от параметров системы. Это говорит о больших функциональных возможностях этой системы в качестве генератора колебаний. Вследствие неоднородности областей с хаотическим режимом в пространстве параметров, спонтанное изменение одного из параметров может перевести хаотический генератор в регулярный режим. Предложенная двухкольцевая структура генератора в виде связанных систем ФАПЧ увеличила допустимую вариабельность параметров более чем в 2 раза, при этом область в пространстве параметров, в которой наблюдается хаотический режим, стала однородной.

Анализ хаотической фазовой синхронизации на примере двух однокольцевых систем ФАПЧ с однонаправленной связью позволяет сделать выводы о том, что слабая связь между подсистемами способна выработать в ведомой подсистеме близкий (в смысле ограниченности разности фаз, соответствующих основным частотам) режим. При увеличении коэффициента связи происходит исчезновение хаотической фазовой синхронизации и возникновение в ведомой подсистеме колебательно-вращательных аттракторов. Это подтверждает известный вывод о возможности синхронизации в условиях слабых взаимодействий.

Использование двухкольцевых подсистем приводит к значительному увеличению диапазона параметров синхронизации, в частности, к увеличению интервала значений параметра взаимосвязи δ в четыре и более раз по сравнению с однокольцевыми подсистемами.

Исследование синхронизации в условиях аддитивного и фазового шумов выявили необходимые требования к допустимому уровню шумов. Характер влияния различных типов шумов на вторую подсистему различен. Аддитивный шум сокращает как допустимый диапазон значений коэффициента связи, так и допустимые относительные изменения других параметров, а фазовый – в первую очередь влияет на среднее время до срыва слежения.

Полученные выше результаты были проверены на имитационной модели, созданной в среде Simulink пакета Matlab, которая качественно подтвердила полученные при численном моделировании результаты. Отметим, что все использованные блоки имеют свой схемотехнический аналог и могут быть реализованы на современной элементной базе.

Список литературы

1. Кузнецов А. П., Кузнецов С. П., Рыскин Н. М. Динамический хаос. М.: Физматлит, 2002. 286 с.
2. Дмитриев А. С., Панас А. И. Динамический хаос: новые носители информации для систем связи. М.: Физматлит, 2002. 252 с.
3. Генераторы хаотических колебаний: Учебное пособие / Шахтарин Б. Н. и др. М.: Гелиос АРВ, 2007. 248 с.
4. Дмитриев А. С., Клецов А. В., Кузьмин Л. В. Генерация сверхширокополосного фазового хаоса в дециметровом диапазоне // Радиотехника и электроника. 2009. Т. 54, № 6. С. 709–718.
5. Матросов В. В. Нелинейная динамика системы фазовой автоподстройки частоты с фильтром второго порядка // Изв. вузов. Радиофизика. 2006. Т. 49, № 3. С. 267–278.
6. Ходунин А. В. Исследование хаотической синхронизации в системе скрытной передачи информации // Цифровая обработка сигналов и ее применение: Сборник докладов 11-й международной конференции 25–27 марта 2009. М., 2009. С. 30–33.
7. Шабунин А. В., Демидов В. В., Астахов В. В. и др. Количество информации как мера синхронизации хаоса // Письма в ЖТФ. 2001. Т. 27, вып. 11. С. 78–85.
8. Рыжков А. В., Попов В. Н. Синтезаторы частот в технике радиосвязи. М.: Радио и связь, 1991. 264 с.
9. Короновский А. А., Храмов А. Е. Непрерывный вейвлетный анализ и его приложения. М.: Физматлит, 2003. 176 с.
10. Ходунин А. В., Коточигов А. А. Применение вейвлет-преобразования для регистрации хаотической синхронизации связанных систем ФАПЧ // Цифровая обработка сигналов и ее применение: Сборник докладов 10-й международной конференции 26–28 марта 2008. М., 2008. С. 82–85.
11. Смоленцев Н. К. Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в Matlab. 2-е изд. М.: ДМК Пресс, 2005. 304 с.
12. Robert L. Devaney, An Introduction to Chaotic Dynamical Systems, Sec. Ed., Addison-Wesley, Reading, Mass., 1989.
13. Шиманский В. Э. Хаотическая синхронизация в системах цифровых осцилляторов: Дис. ... канд. физ.-мат. наук : 05.13.18 Ярославль, 2002. 150 с.

Cascaded Systems of Phase-Locked Loops Chaotic Synchronization

Khodunin A. V., Kazakov L. N.

Keywords: chaos, dynamic chaos, synchronization, chaotic synchronization, Phase-Locked Loop, coupled PLL system

The chaotic phase synchronization of two cascaded one-ring and two-ring PLL systems in the conditions of additive and phase noise is investigated. A registration technique of the chaotic phase synchronisation on the basis of the continuous wavelet transform is developed. Onset conditions of the steady chaotic phase synchronisation are revealed. Advantages of the two-ring system of PLL over the one-ring system is shown.

Сведения об авторах:

Ходунин Александр Викторович,

Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова, аспирант;

Казаков Леонид Николаевич,

Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова,

доктор технических наук, профессор